



TITLE:

5)カオスと量子物理学:メゾスコピ
ック世界への挑戦(第42回 物性若手
夏の学校(1997年度))

AUTHOR(S):

中村, 勝弘

CITATION:

中村, 勝弘. 5)カオスと量子物理学:メゾスコピック世界への挑戦(第
42回 物性若手夏の学校(1997年度)). 物性研究 1997, 69(3): 347-357

ISSUE DATE:

1997-12-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/96237>

RIGHT:

カオスと量子物理学：メゾスコピック世界への挑戦

大阪市立大学工学部 中村勝弘

カオスは、その研究対象を少数自由度系から複雑系へと裾野を広げ研究者人口を徐々に増やしつつある。この背景には、自然現象の生きた理解を目指したいというわれわれの認識論的要求がある。他方、量子物理学は、既によく確立した学問であり現代のハイテクノロジーを理論的に支えている。この講義では、両者の間の興味深いつながりについてわかりやすい解説を試み、ついで、メゾスコピック世界の最先端の実験における量子カオスの重要な役割について言及する。

1. 古典系でのカオス、そして量子系におけるカオスの拡張の抑圧

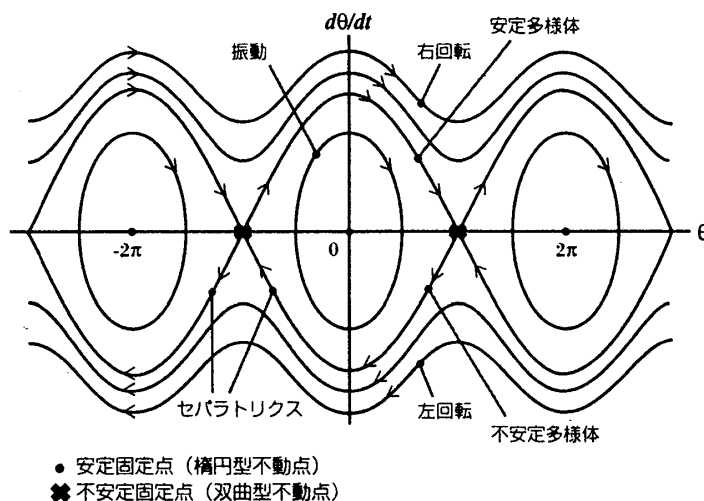
木々の葉のそよぎから大気の流れまでカオスはいたるところに顔を出す。カオスは、惑星の運動と同様、ニュートンの運動法則に支配されながら、偶然性を示し予測不可能となる不可思議な運動である。ところで、極微の世界を支配する量子はカオスによってどんな影響を受けるのか？ミクロな世界にカオスはあるのか？ここでは、カオスの概要と量子系での電子波束の抑圧されたパイコネ運動について述べる。

ピッチャーの投げたボールの運動や太陽系の惑星の周期運動は、ニュートンの運動法則に支配されている。この法則は、現在の状態が決まれば、未来の状態が一通りに決まるという決定論的性質を持つ。しかし、自然界には、決定論的運動法則に従いながら、偶然性を示し、予測不可能となる不可思議な運動が数多くある。水漏れの蛇口から落ちる水滴の時間間隔は、水量が少ないと等間隔で規則的であるが、水量が多くなるとランダムになってしまう。更に、水道の栓をひねってみる。栓を少しひねると、輪郭のはっきりした規則正しい水の流れが見られる。しかし、栓を大きくひねって、水を勢いよく出すと、水の表面の形は複雑になり、時々刻々変化する乱流となる。木々の葉のそよぎや、夏の入道雲、台風なども、決定論的運動法則に従いながら、ランダムな変動を示すカオスである。

カオスでは、初期状態の微小な誤差が、運動によって急激に拡大され、長時間の後に巨大な誤差となる。このことを最初に指摘したのは、ポアンカレである（「科学と方法」（1908））。彼は、2つの星が相互作用するシステム（具体的には、連星）

での惑星の運動は、ニュートンの運動方程式で記述されるが、その解はあまりにも込み入っていて図を書くことさえできないと述べている。実際、惑星が一方の星で何回まわって他方の星で何回まわるかを前もって予測することは不可能である（ポアンカレ「天体力学の方法」（1899）[1]）。

(a)



(b)

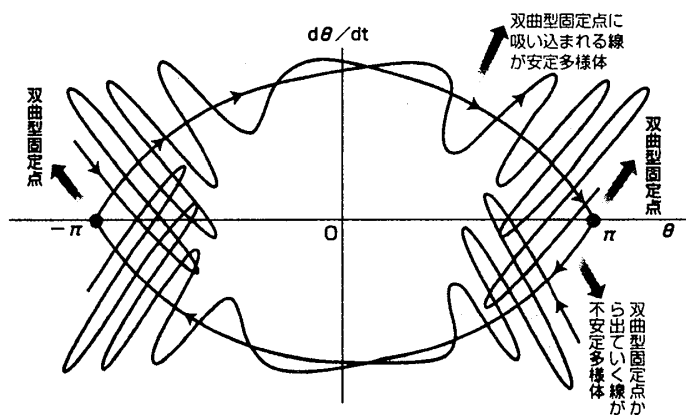


図1 振り子におけるカオスの発生

(a) 周期撃力が働いていないとき； (b) 周期撃力が働いているとき

（井上政義：「カオスと複雑系の科学」（日本実業出版社（1996）より転載）

ここでは、振り子を例にとってカオスの発生を詳しく説明しよう（図1参照）。（摩擦の効果は無視できるとする。） 振り子は、重力に起因する復元力により、鉛直真下の平衡位置の回りで微小な周期運動をする。しかし、一回の撃力で大きな初速度を与えると、鉄棒選手の「大車輪」のように、鉛直真上を何回も通過する回転運動をする。しかし、これは振幅が大きいだけで、結局、周期運動である。微小周期運動

と「大車輪」運動の境界にセパトリックスという運動がある。これは、倒立状態から出発して回転落下し、再び倒立状態に戻る運動である。今、半周期ごとに、撃力を加えると、セパトリックスおよびそれに近い周期運動は、周期性（規則性）を失ない予測不可能な運動となり、カオスが発生する。

このように、振り子から、大気乱流、そして連星での惑星の運動（3体問題）などに見られる周期運動の消失（一般にはトーラスの崩壊）とカオスの発生は、普遍的な性質を持っている。

ところで、カオスは流行の学問で、それに対して、量子物理学は既によく確立した学問である。両者の間にどういう面白いつながりがあるのだろうか？ 量子力学の基礎方程式はシュレーディンガー方程式である。シュレーディンガー方程式は、波動関数に対する線形方程式なので、カオスという非線形の振る舞いを記述できない。今、量子古典対応を見るために、古典的にカオスを示す系を量子力学で取扱い、量子系のダイナミックスがカオスを模倣できないことを示そう[2]。

位相空間の大域的な構造を捉えるには、個々の軌道を追いかけるよりは、軌道の統計集団の時間発展、つまり、拡散を考察したほうが便利である。古典力学の分布関数は、位相空間での点の集団の分布とその拡散を記述できる。位相空間上での初期値の塊（これを位相液滴という）が時間の経過とともにどう拡散するかを考えてみよう。

位相液滴はまず、リアプノフ指数が正となる方向に引き伸ばされる。保存系では、面積が保存されるから、位相液滴は伸びる方向とは独立な方向にかならず収縮する。位相空間は有界なので、液滴は、ずーと伸びっぱなしではなく、ある時点で折り返しが起こる。引き伸ばしと折り畳みを交互に何回も繰り返して次第に複雑なパターンが作られていく。古典論のこのようなカオスの拡散のことをパイコネ変換という。

ついで、古典論のカオスの拡散に対応する量子系のダイナミックスを考察して見よう（図2参照）。量子系では、分布関数に相当するものは、（状態ベクトルの統計集団を表わす）密度演算子のコヒーレント状態（不確定性を最小にする状態）での対角表示である。これによって、量子系を記述する状態ベクトルを位相空間上で表示することが可能となる。古典論の初期値の塊に対応するものは、ガウスの分布をする波束である。そのガウスの波束が、パイコネ変換で複雑なそして自己相似なパターンへと変化していく。しかし、量子力学では、不確定性原理により、位相空間の分解能にプランク定数のスケールの限界がある。そのため、パイコネ変換を無限回続けることができない。パイコネ変換は、ガウスの波束を次第に細くなっていく紐の織物に変えてしまう。しかし、紐自体の幅がプランク定数のスケールになったとき、量子ダイナミックスはもはや古典ダイナミックスを模倣できない。その時刻をクロスオーバー・タイムと呼ぶ。クロスオーバー・タイム以後の時間では、隣り合う紐が干渉しあって複雑なネットワークができる。いったん、ネットワークができると、パイコネ変換の様な劇的なダイナミックスは起こらない。つまり、量子系でのカオスの拡散は、クロスオー

バー・タイム以後は抑圧されてしまう。

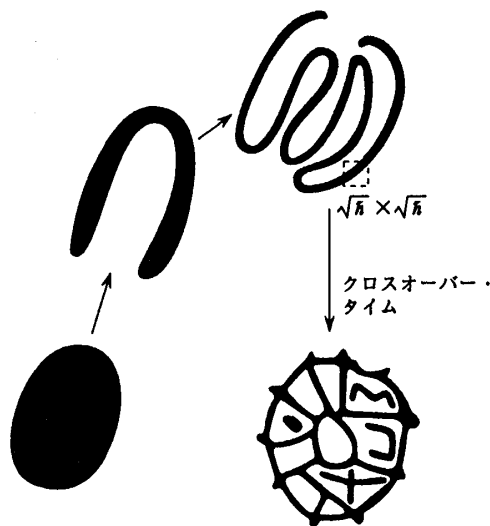


図2 波束の量子ダイナミックス。

2. カオスの半古典量子化：グッツヴィラーのトレース公式

カオスは、古典力学に固有な概念である。カオスの量子論的兆候を捉えるには、古典軌道を用いた量子力学、つまり、半古典理論が最適である。量子物理学で基本的な物理量はエネルギー固有値（束縛系）や S 行列（開放系）である。これらの量は、プロパゲーターから求められる。プロパゲーター自体は、半古典極限で古典軌道とその安定性の知識だけを用いて計算できる[2, 3]。

N 次元空間を運動する質量 m の粒子を量子力学で考察しよう。この定常状態は、ハミルトニアン $H(\mathbf{q}) = -(\hbar^2/2m) \sum_{j=1}^N \partial^2 / \partial q_j^2 + V(q_1, q_2, \dots, q_N)$ を用いて、時間に依存しないシュレーディンガー方程式により記述される。その解の知見（固有値 $\{E_n\}$ や状態密度 $\rho(E) = \sum_n \delta(E - E_n)$ ）はグリーン関数 $G(\mathbf{q}'', \mathbf{q}'; E)$ から得られる。ところがグリーン関数は時間発展を記述するプロパゲーター

$$K(\mathbf{q}'', \mathbf{q}'; t) = \langle \mathbf{q}'' | e^{-iHt/\hbar} | \mathbf{q}' \rangle \quad (1)$$

のラプラス変換に他ならない。したがって、シュレーディンガー方程式を解く問題は $K(\mathbf{q}'', \mathbf{q}'; t)$ を求めることに帰着する。

ファインマンの経路積分法によると、プロパゲーター K は古典描像に基づいて次のように表わされる：

$$K(\mathbf{q}'', \mathbf{q}'; t) = \int_{\mathbf{q}(0)=\mathbf{q}'}^{\mathbf{q}(t)=\mathbf{q}''} D[\mathbf{q}] \exp\{i/\hbar W[\mathbf{q}]\} . \quad (2)$$

ここで、

$$W[\mathbf{q}] = \int_0^t L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) dt \quad (3)$$

はラグランジアン L を用いて表わされる古典作用関数である。(2)は無数個の古典経路についての和を意味するが、半古典極限 ($\hbar \rightarrow 0$) では(2)の被積分関数が激しく振動して互いに相殺するので、鞍点

$$\delta W[\mathbf{q}] = 0 \quad (4)$$

とその周りの揺らぎを取り入れるだけで十分良い近似となる：

$$K(\mathbf{q}'', \mathbf{q}'; t) = (2\pi i \hbar)^{-N/2} \sum_j |\mathfrak{S}_j|^{1/2} \exp\{iW_j/\hbar - i\mu_j\} .$$

j は $\mathbf{q}(0)=\mathbf{q}'$ を始点とし $\mathbf{q}(t)=\mathbf{q}''$ を終点とする古典軌道で、ハミルトンの原理(4) (つまりハミルトンの運動方程式) を満たす。 W_j , \mathfrak{S}_j そして μ_j の各値は 個々の軌道 j から計算される。 $\mathfrak{S}_j = \det\{-\partial^2 W_j / \partial \mathbf{q}'' \partial \mathbf{q}'\}$ はヤコビアン の逆数である。

$\mu_j (= m_j \pi/2)$ は、モース・マスロフ指数 m_j (\mathbf{q}' と \mathbf{q}'' の間における \mathfrak{S}_j の特異点の個数) に位相の飛び $\pi/2$ をかけたものである。

(a)

(b)

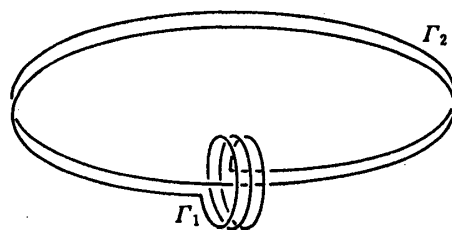
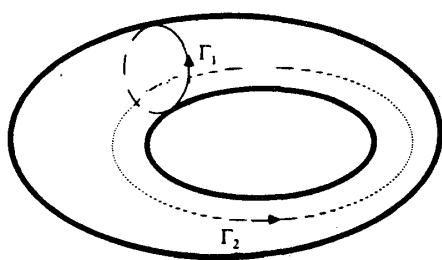


図3 トーラスと周期軌道: (a) 2次元トーラス。互いに直交する閉経路は Γ_1, Γ_2 をあらわす; (b) 既約な閉経路で表された一般の周期軌道。

先に述べたようにプロパゲーター K のラプラス変換からグリーン関数 $G(\mathbf{q}'', \mathbf{q}'; E)$ が得られる。特にそのトレースをとると

$$\text{Tr}G(E) = \int d\mathbf{q} \left\{ -(i/\hbar) \int dt \exp(iEt/\hbar) K(\mathbf{q}, \mathbf{q}; t) \right\}. \quad (5)$$

(5)を具体的に計算していくが、その手順は背景の古典力学系が可積分であるか非可積分であるかにより著しく異なる。そこで両者を別々に考察しよう。

完全可積分系(独立な運動の恒量の数が自由度 N と一致する系)では、位相空間は図3のようなトーラスで埋め尽くされ、 N 個の既約な閉経路 Γ_k に対する作用積分

$$S_k = \oint_{\Gamma_k} p d\mathbf{q} \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (6)$$

が重要な役割を演じる。(5)の時間積分の後、力学変数を \mathbf{p}, \mathbf{q} から作用・角変数へと変換する。すると、どんな周期軌道も既約な閉経路の適当な連鎖(図3)とトポロジ的に同等となり、有効作用は作用積分 S_k の巻数倍(l_k)の算術和で表わされる。結局、(5)は

$$\begin{aligned} \text{Tr}G(E) &\approx V \sum_{l_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{l_N=0}^{\infty} \prod_{k=1}^N \exp[i l_k (S_k/\hbar - \mu_k)] \\ &= V \prod_{k=1}^N (1 - \exp[i(S_k/\hbar - \mu_k)])^{-1} \end{aligned} \quad (7)$$

となる。 μ_k は Γ_k に対するモース・マスロフ指数 m_k から決まる。 V は N 次元空間の体積である。(7)の極から

$$\frac{1}{2\pi} \oint_{\Gamma_k} p(E) \cdot d\mathbf{q} = (n_k + m_k/4)\hbar \quad (n_k=0, 1, 2, \dots). \quad (8)$$

(8)はまさしくEinstein・Brillouin・Keller (EBK)の量子化則である。こうして量子力学の半古典極限は前期量子論の結果を再現することが明らかになった。そしてKAMトーラスと固有値との間には一対一の対応関係があることも確認できた。量子化則(8)は、もともと実験則であるウイーン・プランクのスケーリング則により支持されており、完全可積分系でのみ成立する。

グッツヴィラーは、シュレーディンガー・ファインマンの量子力学の形式がカオスを示す系に対しても有効と仮定し非可積分系における半古典量子化条件を純粋な好奇心から追究した。それによると、 \mathbf{p}, \mathbf{q} 座標から作用・角変数への変換はトーラスが崩壊しているのではや意味が無い。そこで(5)の \mathbf{q} 積分においてさらに鞍点法を適用すると

$$\partial W(\mathbf{q}, \mathbf{q}') / \partial \mathbf{q} = \partial W(\mathbf{q}'', \mathbf{q}') / \partial \mathbf{q}'' + \partial W(\mathbf{q}'', \mathbf{q}') / \partial \mathbf{q}' \Big|_{\mathbf{q}''=\mathbf{q}'=\mathbf{q}} = \mathbf{p}'' - \mathbf{p}' = 0. \quad (9)$$

運動量に関する (9) の条件は (5) のトレースをとる条件 $\mathbf{q}'' = \mathbf{q}' = \mathbf{q}$ と併せると、周期軌道のみが $\text{Tr} G(E)$ に寄与することを意味する。(逆説的なことにカオス軌道は寄与しない。) 実際、分岐のない完全カオス系において正のリアプノフ指数を持つ孤立した(不安定)周期軌道が存在する。このような軌道はカオスの海の中で測度はゼロであるが無数個存在する。

全ての周期軌道からの寄与を (5) に取り入れて

$$\text{Tr} G(E) = \sum_{\alpha} \sum_{l=0}^{\infty} f_{\alpha}(E) \exp\{il[S_{\alpha}/\hbar - \mu_{\alpha}]\} \quad (10)$$

ここで

$$f_{\alpha}(E) = (2\pi i \hbar)^{-(N-1)/2} T_{\alpha} |\mathfrak{S}_{\alpha}^{\perp}|^{1/2}. \quad (11)$$

α はエネルギー E を持つ基本周期軌道、そして l_{α} がその繰り返し回数である。 α に対応する作用と周期がそれぞれ $S_{\alpha}(E) (= \oint_{\alpha} \mathbf{p} \cdot d\mathbf{q})$ と $T_{\alpha}(E) (= \partial S_{\alpha} / \partial E)$ である。 $\mathfrak{S}_{\alpha}^{\perp}$ は軌道に垂直な方向の不安定性の指数である：

$$\mathfrak{S}_{\alpha}^{\perp} = \det(-\partial^2 S_{\alpha} / \partial \mathbf{q}''_{\perp} \partial \mathbf{q}'_{\perp}) \Big|_{\mathbf{q}''=\mathbf{q}'=\mathbf{q}}. \quad (12)$$

(10)–(12) からグッツヴィラーのトレース公式

$$\begin{aligned} \text{Tr} G(E) - \text{Tr} G_0(E) &= (i\hbar)^{-1} \sum_{\alpha} T_{\alpha} \sum_{l=1}^{\infty} \{\det(M_{\alpha}^l - 1)\}^{-1/2} \\ &\quad \times \exp\{il(S_{\alpha}/\hbar - \mu_{\alpha})\} \end{aligned} \quad (13)$$

が得られる。 $\text{Tr} G_0(E)$ は長さゼロの軌道からの寄与である。 M_{α} は線形化されたポアンカレ写像で軌道 α に垂直な変分 $\delta \mathbf{q}_{\perp}^{(n)}$ の時間発展を記述する：

$$\delta \mathbf{q}_{\perp}^{(n+1)} = M_{\alpha} \delta \mathbf{q}_{\perp}^{(n)}. \quad (14)$$

M_{α} の固有値 Λ_{α} は固定点のタイプに依存し、不安定および安定軌道のそれぞれに対し $\Lambda_{\alpha} = \exp(\pm u_{\alpha})$ および $\exp(iu_{\alpha})$ となる。特に双曲型固定点を持つホモクリニックな軌道に対してはリアプノフ指数 $u_{\alpha} (>0)$ を用いて

$$\det(M_\alpha^l - 1) = 4 \sinh^2(l u_\alpha / 2). \quad (15)$$

(13)の表式はカオス系の半古典固有値(固有状態)が周期軌道の複雑な干渉の結果として得られることを示している。ここで一つの大きな問題は、KAMトーラスが消滅しているので、(13)の周期軌道は無限に長い周期の軌道を含むことである。KSエントロピーを h_{KS} とすると、周期が $T(>1)$ 以下の軌道の数 $N(T) = \exp(h_{KS}T)/T$ で、周期 T を持つ項の振幅は $A(T) \approx T \exp(-h_{KS}T/2)$ である。軌道の周期が T 以下の項の寄与は $A(T) \times N(T) = \exp(h_{KS}T/2)$ となる。このため(13)はそのままでは指数関数的発散をし、条件収束させるなんらかの工夫が必要である。

この困難を解決するために幾つかの試みがなされている。リーマンのゼータ関数のゼロ点分布の解析から発見された1つの方法は、まず(15)を

$$[2 \sinh(l u_\alpha / 2)]^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} \exp[-l(k + \frac{1}{2})u_\alpha]$$

と展開し、(13)に代入すると

$$\text{Tr}G(E) - \text{Tr}G_0(E) \approx -\frac{d}{dE} \ln \zeta(E). \quad (16)$$

ここで $\zeta(E)$ は重み $t_\alpha = |\Lambda_\alpha|^{1/2} \exp[i(S_\alpha/\hbar - m_\alpha \pi/2)]$ を用いて定義されるルエル・ゼータ関数

$$\zeta(E) = \prod_\alpha \prod_{k=0}^{\infty} (1 - t_\alpha \Lambda_\alpha^{-k})^{-1} \quad (17)$$

である。(17)の形から $\zeta(E)$ の極がエネルギー固有値を与えることがわかる。(17)の積和を展開し、比較的短い周期の軌道を拾うだけで良く取れんした結果が得られる。実際、グッツヴィラーは異方的有効質量を持つシリコン中のドナーの不規則スペクトルを上の方法で計算し量子論の結果と比較的良く一致する結果を得た。

以上の結果は、閉じた系に対して有効である。ビリャードの両側に伝導性細線のついた開放系では、細線部の波動関数をも取り入れた半古典理論が必要である。その場合は、 S 行列の半古典的表式が得られ、電気伝導度の計算が可能となる[4]。

3. メゾスコピック物理とカオスの量子論的兆候

カオスは、伝統的な学問体系である量子力学や量子物理学とどのように交差するのだ

ろう？（1）カオスの量子力学的兆候は何だろう？（2）カオスの出現は量子物理学の枠組みにどのような影響を与えるのか？などについて述べる。特に、メゾスコピック世界の最近の研究を紹介し、カオスの量子論的兆しを明らかにする。

メゾスコピック物理学は、ミクロとマクロの中間の世界、つまり、ナノスケールからサブミクロンのスケールの世界の物理現象を対象とする研究テーマある[5]。量子カオスとメゾスコピック物理とは深い関係があり、カオスの量子論的兆候（量子カオス）を捉えることは、メゾスコピック物理の大きなテーマの一つである[4, 6]。

特に盛んなのは、ガリウム・ヒ素などの半導体のヘテロ接合界面にスタジアム型の量子ドットやシナイ・ビリヤード型のアンチドットを微細加工して伝導電子の量子輸送を測定することである（図4参照）。この場合、電子の平均自由行程がドットの長さよりも長く、電子は壁に弾性散乱される以外は弾道的に、つまり、バリスティックに飛行している。スタジアムやシナイ・ビリヤードでの点粒子の運動はカオス的である。しかし、今の場合、ビリヤードのサイズはナノスケールであり、点粒子は電子なので、量子力学で運動を記述し、さらに電気伝導度を計算する必要がある。こうして、カオスの量子力学的兆候が電気伝導度に現われてくる。

半導体のヘテロ接合界面の伝導領域では、ゲート電圧を制御することにより、電子濃度を通常の金属に比べて非常に小さくできる。その結果、電子間のクーロン相互作用（多体効果）は無視でき、一電子描像がよく成立する。現在なされている実験は、磁場の作用するビリヤードの電気抵抗を測定し、その磁場依存性を考察することである。スタジアム・ビリヤードの場合、アハロノフ・ボーム振動の出現以前の弱磁場領域に磁場の転移点 B_c があって、電気抵抗は B_c 以下の磁場では緩慢にしか変化しないが、 B_c 以上の磁場では激しい規則振動をする。

古典論で考えると、電子は、磁場をかけるとサイクロトロン運動をし、スタジアムの中では、壁との衝突をとまなうので複雑な運動が現われる。 B_c 以下では、電子はほぼ直進運動をするから位相空間はカオスで占有されて構造的に安定になり、 B_c 以上ではカオスの一部がトーラスで置き換わるので位相空間が不安定になる。このことが、電気抵抗の磁場依存性に反映する。

今のところ、実験結果自体はそれほど刺激的ではないが、量子カオスの基礎理論が最先端技術を用いた量子輸送の実験で検証され始めたというところに大きな意味がある。この種の実験は既に世界的な広がりを見せており、量子ドットについては、米国のスタンフォード大学のグループやAT&Tベル研のグループ、そして、アンチドットについてはドイツのシュトゥットガルトのマックス・プランク研究所で盛んに実験が行われている。日本でも、埼玉の理研で実験が開始されつつある。

量子カオスと量子干渉効果（特にアハロノフ・ボーム効果）の関連も大事な問題である。正方形ビリヤードの中心部を円状にくりぬいたもの、これはシナイのビリヤードの一種である。円と正方形の壁の間を弾性衝突を繰り返すバリスティックな運動

は、初期条件が何であってもいつもカオスになる。今、中心部に磁束を貫通させ、正方形の両端にリード線をつけて磁気抵抗を測定すると、磁束量子を周期とするアハロノフ・ボーム (AB) 振動があらわれ、この振動はカオスの量子論的兆候をおおいにかくしてしまう。しかし、AB振動を入射電子のエネルギーに関して平均をとった時、磁束量子の半分を周期とするアルトシュラー・アロノフ・スピヴァク (AAS) 振動が出現する可能性がある。実際、私達の研究グループは、AAS振動の解析的な表式を半古典論で理論的に導出することに成功した[7]。結果を見ると、高次の巻数を持つ軌道に対応する高調波成分の振幅が、ビリヤードの可積分性に大きく依存しており、カオスの兆候をAAS振動を通じて捉えることが可能であることを示唆している。

最後に、量子カオスの展望についてふれよう。量子カオスの研究は、単にカオスの量子論的兆候を見るだけでなく、量子力学の枠組みの一般化をも射程に入れる。

古典的に規則運動しか示さない、いわゆる可積分系では、量子力学の枠組みが揺らぐことはないが、古典的にカオスを示す系に対してはこの枠組み（正準変数の間の交換関係）を正当化するものがない。確かに、量子力学は超伝導も量子ホール効果も説明できるし、場の量子論も実験を良く説明できる。しかし、これは、カオスによる補正が、さまざまな機構（不純物、ランダムポテンシャルなど）により蔽いかくされていることに起因する。しかし、量子ドットなどのメゾスコピック系では、少数自由度系であるためカオスとの対応関係が透明であり、カオスを許容しない量子力学の限界が見える可能性がある。実際、カオスを許容する量子力学の建設は21世紀を目前にした大きな課題である。

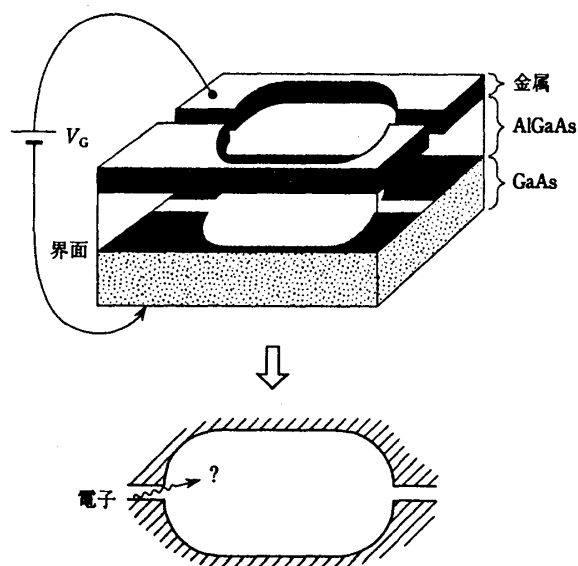


図4 半導体のヘテロ接合界面と量子ドット.

参考文献

- [1] カオスに関する平易な読み物は
森肇：カオス-流転する自然, 岩波書店 (1995).
- [2] 量子カオスに関する平易な読み物は
中村勝弘：カオスと量子物理学-パラダイムの交差点に挑む (別冊数理科学),
サイエンス社 (1997). : 図2と図4はこの本から転載したものである.
量子カオスの教科書は
K. Nakamura: *Quantum Chaos - A New Paradigm of Nonlinear
Dynamics*, Cambridge University Press (イギリス, 1993).
- [3] 半古典量子化の教科書は,
M.C. Gutzwiller: *Chaos in Classical and Quantum Mechanics*,
Springer (ドイツ, 1990).
- [4] 量子カオスとメゾスコピック物理に関する教科書は
K. Nakamura: *Quantum versus Chaos - Questions Emerging from
Mesoscopic Cosmos*, Kluwer Academic Publishers (オランダ, 1997).
- [5] 主として拡散領域を扱ったメゾスコピック物理の教科書は,
川畑有郷：メゾスコピック系の物理学、培風館 (1997).
- [6] カオスと量子輸送に関する最新の実験 (Marcus, Weissなど) と理論 (Larkin,
Beenakker, Wilkinsonなど) の特集号は
Chaos and Quantum Transport in Mesoscopic Cosmos, edited by K.
Nakamura: Special issue of *Chaos, Solitons and Fractals* (Pergamon),
Vol. 8, No. 7& 8 (1997).
- [7] S. Kawabata and K. Nakamura: *J. Phys. Soc. Jpn.* **65**, 3708 (1996);
Submitted to *Phys. Rev. Lett.*